amb el mateix perímetre el disc o cercle és el que té més superfície. Les versions quantitatves d'aquest fet són de gran interès. Podem voler esbrinar la semblança d'una regió respecte d'un disc, sabent que la relació entre el perímetre i la superfície és molt semblant a la relació òptima que es dona en els discos. En aquest tema tan fonamental, els resultats de Figalli són nombrosos i representen una autèntica revolució.

Permeteu-me encara afegir, entre d'altres, les seves contribucions a la teoria espectral de matrius aleatòries mitjançant tècniques de transport òptim, així com a la teoria KAM en sistemes hamiltonians, un tema que interessa al grup de Sistemes Dinàmics de la UPC.

Finalment, moltes gràcies al professor Figalli per haver acceptat el grau de doctor *honoris causa* de la UPC. És un honor per a la nostra universitat. Agraeixo la vostra atenció i espero que gaudiu d'aquesta cerimònia tant com jo.

Acte d'investidura: rector, Figalli i Cabré; Figalli en un instant de la seva lliçó doctoral

Lliçó doctoral

Alessio Figalli
Investigador a l'ETH Zürich

Benvolguts rector i membres del Consell de Direcció, benvolguts membres del PDI, l'estudiantat i el PAS, senyores i senyors,

És un gran honor per a mi rebre el títol de doctor *honoris causa* de la Universitat Politècnica de Catalunya.

A més de l'honor que representa haver estat investit doctor *honoris causa* per una universitat tan prestigiosa com la UPC, diversos matemàtics d'aquesta universitat han tingut —i encara tenen— un paper molt important a la meva carrera, i això fa que aquesta distinció sigui encara més especial per a mi.

M'agradaria començar amb una petita història. El 2004, mentre encara estudiava a Pisa, em tocava escriure el treball de fi de grau i el vaig acabar fent sobre un problema que s'anomena "conjectura de De Giorgi". De Giorgi era un matemàtic italià molt famós, dels millors matemàtics del segle passat, i era especialment famós no només pels seus resultats matemàtics, sinó també per la seva gran intuïció, una intuïció que el va portar a postular moltes conjectures. Va conjecturar resultats matemàtics que considerava veritables i la comunitat ha passat anys i panys mirant de demostrar-los.

El 1978, De Giorgi va exposar una famosa conjectura relacionada amb dos temes molt importants de les matemàtiques. D'una banda, les superfícies mínimes, que són superfícies que minimitzen la seva àrea. Tenim l'exemple de la pel·lícula de sabó que queda emmarcada en l'estructura d'un filferro. És una superfície mínima, és a dir, una superfície que té l'àrea més petita possible entre totes les superfícies delimitades per una determinada corba. De l'altra, les equacions en derivades parcials (EDP). Les EDP són un camp molt important de les matemàtiques que apareix en física, química, biologia i d'altres. Pràcticament tots els fenòmens físics es descriuen amb EDP.

La conjectura de De Giorgi actualment encara continua oberta. Tanmateix, s'han trobat resultats fonamentals rellevants que han respost la conjectura de De Giorgi en una sèrie de casos importants.

L'objectiu del meu treball de fi de grau era comprendre l'enunciat de la conjectura i llegir alguns dels resultats obtinguts per matemàtics destacats en aquest tema. Recordo que una de les referències principals del meu treball era un article molt important escrit conjuntament pel meu director de treball, Luigi Ambrosio, de la Universitat de Pisa, i Xavier Cabré, professor d'aquí, de la UPC.

Aquest treball va ser l'inici de les meves interaccions amb el professor Cabré: llegint l'article em venien moltes preguntes al cap, de manera que li vaig anar enviant correus electrònics, als quals, tot i que jo llavors només era un estudiant, ell sempre va respondre amb molta amabilitat. Vaig tenir la gran sort de coincidir-hi més endavant en la meva carrera. El 2008, mentre treballava a la universitat a França, em plantejava traslladar-me a la Universitat de Texas, a Austin. El novembre del 2008 hi vaig anar de visitant i resulta que Xavier Cabré també hi estava fent una estada. A més a més, ell havia fet classes a Austin uns quants anys abans de tornar a Barcelona. La decisió de si em traslladava o no als Estats Units no era gens fàcil, però afortunadament en vaig poder parlar molt amb Cabré. Ell em va animar a anar-me'n a Austin, cosa que ha resultat fonamental per a la meva recerca i la meva carrera. Per això li agraeixo tant tot el suport i els consells que em va donar.

Continuant amb la història, el 2014 Cabré tenia dos doctorands molt potents a la UPC. Un d'ells era Xavier Ros-Oton, que va decidir embarcar-se en un postdoc a Austin i treballar amb mi. Aquest va ser el començament d'una llarga col·laboració que continua encara ara, ja que Ros-Oton treballa a la Universitat de Zuric. Una altra interacció amb un matemàtic de la UPC. L'altre estudiant de Cabré, Joaquim Serra, va venir a Zuric com a postdoc el 2016. I per acabar, encara un altre estudiant de la UPC, un graduat, proposat per Cabré, que aleshores començava el doctorat amb mi: Xavier Fernández-Real. Com podeu veure, m'he relacionat molt amb matemàtics de la UPC, que són molt presents a la meva llista de col·laboradors.

Per concloure aquesta part, tinc una bona notícia per compartir amb vosaltres sobre la meva relació amb els matemàtics de la UPC. He començat la història d'avui el 2004 parlant de Cabré i la conjectura de De Giorgi, i ara m'agradaria continuar amb una altra conjectura, que s'anomena conjectura de Brézis. Fa més de 20 anys, Haïm Brezis, un matemàtic francoisraelià, va plantejar una conjectura molt important sobre les EDP. I avui tinc l'alegria d'anunciar-vos que tot just fa tres mesos, amb Cabré, Ros-Oton i Serra, la vam resoldre. Quina manera més bona d'acabar aquest relat sobre la meva interacció amb els matemàtics de la UPC!

Amb aquesta història us volia explicar per què és tan especial per a mi rebre el títol de doctor *honoris causa* de la UPC. És una celebració de totes les meves relacions amb aquesta universitat i també una celebració de les matemàtiques. Les matemàtiques són una matèria dinàmica que té moltíssimes aplicacions en la vida quotidiana. La gent sovint no se n'adona, però hi ha matemàtiques pertot arreu, en tota la tecnologia que fem servir, en totes les eines que tenim. Només per dir-ne alguns exemples: els dispositius d'enregistrament, els ordinadors, la intel·ligència artificial, la criptografia... I la llista continua.

Pel que fa a les matemàtiques, durant la meva carrera he treballat en molts problemes, però un pel qual tinc una inclinació especial i que també va ser decisiu perquè em concedissin la Medalla Fields és el del transport òptim. L'origen del transport òptim data del final del segle XVIII, amb Gaspard Monge, un matemàtic francès de l'època napoleònica. L'objectiu de Monge era trobar la manera més econòmica possible de transportar materials d'un lloc a un altre, posem que des de les mines de les quals s'extreien els materials fins als llocs on s'havien de construir les fortificacions. Aquest problema tan complex va fascinar Monge, que va fer-hi diverses contribucions.

Després de Monge, aquesta teoria no va tenir continuïtat durant molts anys, fins que als anys quaranta, uns 150 anys després, Leonid Kantoróvitx, un matemàtic i economista rus, va reprendre l'estudi d'aquest problema i hi va fer una contribució molt important. Val a dir que les seves contribucions li van valer el Premi Nobel d'Economia el 1975.

A la dècada dels vuitanta, els matemàtics van començar a treballar cada cop més en el transport òptim, i aquest va ser l'inici de l'estudi matemàtic modern d'aquest problema. Concretament, a part de les aplicacions evidents que té en economia, el que més va fascinar els matemàtics va ser el descobriment (sorprenent) que el transport òptim es podia fer servir per comprendre altres temes.

A mi particularment em van fascinar dues aplicacions del transport òptim. Una es refereix a l'estudi dels cristalls. La idea bàsica és que la forma d'un cristall ve determinada per la seva estructura molecular i que hi ha uns principis físics que ens indiquen per què un cristall té una forma determinada. En particular, es pot demostrar que la forma d'un cristall prové de la minimització d'un tipus de tensió superficial.

Tanmateix, si bé és important la idealització, a la vida real els cristalls estan sotmesos a una sèrie de factors externs (gravetat, temperatura, forces externes, etc.). Per tant, el que hem de saber és com la presència d'aquests factors externs afecta la forma d'un cristall. Dit d'una altra manera, imaginem-

nos que tenim un cristall en una habitació i que la temperatura de l'habitació comença a pujar. La forma del cristall comença a canviar a causa de la calor afegida al sistema i ens agradaria calcular aquest canvi en relació amb la quantitat d'energia afegida al sistema.

Resulta especialment impressionant el fet que es pugui utilitzar el transport òptim per estudiar aquest problema. La idea, a grans trets, és que el transport òptim ens pot servir per entendre com les molècules que componen el cristall es mouen en el procés d'escalfament, i podem fer servir aquesta eina per estimar el canvi en la forma amb límits òptims. Això ho vaig estudiar fa uns deu anys.

L'altra aplicació en la qual he estat treballant és la relació entre el transport òptim i la meteorologia. En meteorologia s'ha vist que hi ha uns sistemes que s'anomenen equacions quasigeostròfiques i que tenen un principi de transport òptim al darrere. Aquí la idea és que els núvols estan formats per partícules que es van movent.

Mirant el moviment global del núvol, ens preguntem com hi participa cada partícula individual. Novament, un dels principis que hi ha al darrere és el transport òptim: cada partícula passa d'una posició en un moment a una altra en un altre moment minimitzant el cost del transport. A través d'aquest principi, els meus col·laboradors i jo hem aconseguit resoldre les equacions quasigeostròfiques.

Aquests dos exemples són especialment importants per a mi perquè són personals, però tingueu present que el transport òptim va molt més enllà d'aquestes aplicacions. Per exemple, recentment s'ha aplicat en el processament d'imatges. Posem que tenim dues imatges i volem transportar els colors d'una imatge a l'altra. Com que el transport òptim és una eina que ens permet moure material considerant les imatges com a distribucions de píxels, podem fer-lo servir per transportar els píxels de l'una a l'altra.

Més recentment també s'ha començat a fer servir el transport òptim per comparar imatges diferents (per exemple, per decidir si una imatge representa la foto d'un gat o d'un gos). I és que el transport òptim té un paper crucial en l'aprenentatge automàtic, que té l'objectiu de formar els ordinadors perquè puguin reconèixer aquesta mena d'imatges.

Els últims anys les matemàtiques han avançat molt ràpidament i, com més avança la societat, més necessiten avançar les matemàtiques, i a l'inrevés, com més avancen les matemàtiques, més tecnologia podem desenvolupar.

Tot i que les matemàtiques normalment es divideixen en matemàtiques aplicades i matemàtiques pures, aquestes dues àrees progressen juntes, l'una gràcies a l'altra, i el seu avenç és vital per al desenvolupament d'altres ciències i de la tecnologia en la nostra societat.

Així doncs, avui no només celebrem la meva recerca o el meu *honoris causa*; per a mi avui celebrem el món de les matemàtiques.

Agraeixo sincerament a la UPC l'honor d'investirme doctor *honoris causa*.

Referències

[1] Alessio Figalli, *The Monge problem on non-compact manifolds*, Rendiconti del Seminario Matematico dell'Università di Padova **117** (2007), p.147–166.

[2] FME, *Workshop i Expo Figalli FME 2019: Ponències, exposició, fotos i gravació de la jornada*, 2019, `https://fme.upc.edu/ca/la-facultat/activitats/2019-2020`.

Sigles

ETH	Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
IAS	Institute for Advanced Study (Princeton)
ICM	International Congress of Mathematicians
IMPA	Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada
IMU	International Mathematical Union
IUSS	Istituto Universitario di Studi Superiori
SISSA	Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati
SNSP	Scuola Normale Superiore di Pisa
UZH	Universität Zürich